8. SINIF MATEMATİK

1. ÜNİTE: ÇARPANLAR VE KATLAR

CNP AKADEMİ 8. SINIF 1. Ünite Tanıtım Sayfası





Ünite Hakkında

Bu ünitede doğal sayılarla ilgili **çarpan**, **kat**, ortak kat, ortak bölen kavramlarını öğrenecek, bu kavramları günlük yaşam problemlerinde kullanacağız. Ayrıca üslü ifadeler ve bilimsel gösterim konularını inceleyeceğiz.

Ünite Konuları

- Doğal sayının çarpanları
- Asal sayılar
- Asal çarpanlara ayırma
- En büyük ortak bölen (EBOB)
- En küçük ortak kat (EKOK)
- Ortak kat ve ortak bölen problemleri
- Üslü ifadeler
- Bilimsel gösterim

Bu Ünite İle Kazanacaklarımız

- ✓ Doğal sayıların çarpanlarını bulabileceğiz.
- ✓ EBOB ve EKOK hesaplayabileceğiz.
- ✓ Gerçek yaşam problemlerini çözebileceğiz.
- ✓ Üslü ifadeleri kullanabileceğiz.
- ✓ Bilimsel gösterim ile büyük ve küçük sayıları daha kolay yazabileceğiz.

Nerelerde Kullanılır?

- Günlük hayatta planlama yaparken
- Yiyecekleri eşit şekilde paylaştırırken
- Zaman hesaplamalarında
- Bilgisayar ve teknolojide büyük sayıları ifade ederken
- Fen bilimlerinde (uzay, atom, vb.)

EBA İçeriği

- **Çarpanlar ve Katlar**
- **Üslü İfadeler**

1. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

en büyük ortak bölen (EBOB), en küçük ortak kat (EKOK), çok büyük ve çok küçük sayılar, bilimsel gösterim

8. SINIF MATEMATİK

1. ÜNİTE: ÇARPANLAR VE KATLAR



Öğrenme Çıktısı

M.8.1.1.1 Verilen pozitif tam sayıların pozitif kuvvetleri, sayıların çarpanları ve katları arasındaki ilişkileri ifade edebilme, problem çözebilme.

Çarpanlar ve Katlar

Sadece 1'e ve kendisine kalansız bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

En küçük asal sayı 2'dir. Çift asal sayı sadece 2'dir. 1 asal sayı değildir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ve 97 sayıları 100'den küçük olan asal sayılardır.

Not: Bir doğal sayının 1 ve kendisi haricinde başka çarpanı yoksa bu sayı asaldır.

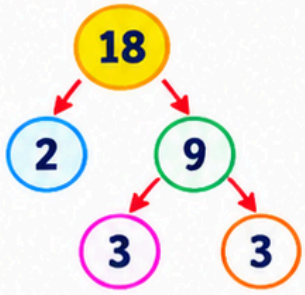
Asal Çarpanlar

Bir doğal sayıyı kalansız bölen doğal sayıların her birine, o sayının **çarpanı** denir.

Bir doğal sayı, iki doğal sayının çarpımı şeklinde yazıldığında çarpılan sayılar, her biri o sayının çarpanıdır.

Örnek 1: 18 sayısının çarpanlarını bulalım.

$18 = 1 \times 18$
$18 = 2 \times 9$
$18 = 3 \times 6$



18 sayısının çarpanları:
1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir.

Örnekler

Örnek 1 18 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi ile bulalım.



18 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür.

Örnek 2

150 sayısının asal çarpanlarını asal çarpan algoritması yöntemi ile bulalım.

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
$= 2^2 \cdot 5^2$

şeklinde asal çarpanlarına ayrılır.

Örnek 3

K, L, M, N sayılarının en küçük asal çarpanlarını bulalım.

K	2
L	3
M	5
N	7

Buna göre
K, L, M ve N sayılarının en küçük asal çarpanları sırasıyla 2, 3, 5 ve 7'dir.

Örnek 4

$720 = 2^9 \cdot b \cdot c^2$ olduğuna göre
$a + b + c = ?$

Öğrenme Çıktısı

M.8.1.1.2 İki doğal sayının en büyük ortak böleni (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplayıp, ilgili problemleri çözer.

EBOB ve EKOK

a ile b sıfırdan farklı iki doğal sayı olmak üzere, a ile b sayılarının en büyük ortak böleni **EBOB**(a, b), en küçük ortak katı ise **EKOK**(a, b) olarak gösterilir.

Örnek: 30 ve 40'ın en büyük ortak bölenini bulalım.

30'un bölenleri → 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
40'ın bölenleri → 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
Ortak bölenleri → 1, 2, 5, 10
En büyük ortak böleni **10**'dur.
EBOB(30, 40) = 10

Örnekler

Örnek 1

20 ve 30'un en büyük ortak bölenini kısa yoldan bulalım.

20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

EBOB, yan yana yazılan sayıların sağ tarafındaki asal sayıların çarpımına eşittir.

EBOB(20, 30) = 2 · 5 = 10'dur.

Örnek 2

30 ve 50'nin en büyük ortak bölenini bulunuz.

30	50	2
15	25	3
5	5	5
1	1	

Örnek 3

48 ve 60'ın en büyük ortak bölenini bulunuz.

48	60	2
24	30	2
12	15	2
6	5	3
3	1	5
1	1	

Ortak Kat

İki ya da daha fazla sayının ortak katlarının kesişimine bu sayıların **en küçük ortak katı** denir. Kısaca **EKOK**(a, b) olarak gösterilir.

Örnek: 6 ve 10 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

6'nın katları → 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, …
10'un katları → 10, 20, 30, 40, 50, 60, …
Ortak katları → 30, 60, …
En küçük ortak katı **30**'dur.
EKOK(6, 10) = 30

Örnek 4

40 ile 50 sayılarının en küçük ortak katını kısa yoldan bulalım.

40	50	2
20	25	2
10	25	2
5	5	5
1	1	5

EKOK, tüm sayıların sağ tarafındaki asal sayıların çarpımına eşittir.

EKOK(40, 50) = 2 · 2 · 2 · 5 · 5
= 200'dür.

Örnek 5

30 ve 40'ın en küçük ortak katını bulunuz.

30	40

Örnek 6

Bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikişerli veya üçerli oturabilmektedir. Sınıf mevcudunun 50'den fazla olduğu bilindiğine göre sınıf mevcudu **en az** kaçtır?

Örnek 7



Yukarıdaki çuvallardan verilen pirinçler hiç artmayacak ve birbirine karıştırılmayacak şekilde eşit miktardaki paketlere konulacaktır. **En az** kaç paket gerekir?

Öğrenme Çıktısı

M.8.1.1.3 Verilen iki doğal sayının ortaklarında asal olup olmadığını belirleyebilme.

Ortak Sayıların Asallığı

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenleri arasında asal sayılar da olabilir.
Bir sayının ortak bölenleri yazıldıktan sonra bunlardan asal olanlar belirlenir.

Örnek: 8 ve 15'in ortak bölenlerini bulalım ve aralarındaki asal sayıları belirleyelim.

8'in bölenleri : 1, 2, 4, 8
15'in bölenleri : 1, 3, 5, 15
Ortak bölenleri : 1
1 asal sayı değildir.
Dolayısıyla 8 ile 15'in ortak bölenleri arasında asal sayı yoktur.

Örnekler

Örnek 1 Aşağıdaki sayı çiftlerinden ortak bölenleri arasında asal olanları işaretleyiniz.

a) 9 ile 15 ☐
b) 10 ile 20 ☐
c) 3 ile 10 ☐
ç) 5 ile 6 ☐
d) 8 ile 9 ☐
e) 15 ile 25 ☐
f) 60 ile 80 ☐
g) 32 ile 25 ☐

Örnek 2

$\frac{x}{y} = \frac{20}{25}$ olduğuna göre $x + y$ kaçtır?

Çözüm:

28	2
10	2
5	5
1	

20 ve 25'in EBOB'u 5'tir. Sayılar 5'e sadeleşir.

$\frac{x}{y} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

$x = 4, y = 5$

$x + y = 4 + 5 = 9$ **9**

Örnek 3

$\frac{a}{b} = \frac{28}{42}$ ve a, b arasında asal sayılardır.
a, b'yi bulalım.

Çözüm:

Örnek 4

$A = 2^2 \cdot 7^1$

$B = 3^4 \cdot 5^1 \cdot C^1$

olmak üzere A ve B arasında asal sayılardır.
Buna göre C yerine hangi asal sayılar yazılabilir?

Örnek 5

20 sayısından küçük olan ve 20 ile ortak böleni 1'den başka olmayan doğal sayıların kaç tanesi vardır?

Öğrenme Çıktısı

M.8.1.1.4 Tam sayıların, üslü sayıların ve bazı kuvvetlerinin özelliklerini kullanarak problem çözebilme.

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

- Pozitif tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değeri pozitiftir.

Örnek:

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

- Negatif tam sayıların tek basamaklı kuvvetlerinin değeri negatiftir, çift basamaklı kuvvetlerinin değeri pozitiftir.

Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar

- a sıfırdan farklı bir sayı ve n bir tam sayı olmak üzere

$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$, $a^n \cdot \frac{1}{a^n} = 1$ ve $a^0 = 1$ olarak yazılır.

Örnek:

$\frac{1}{5^3} = 5^{-3}$, $2^{-4} = \frac{1}{2^4}$, $5^0 = 1$ dir.

Örnekler

Örnek 1

- Aşağıdaki sayı çiftlerinden üslü olarak yazılıp değerini bulunuz.

a)	9 ile 3 ☐	**ç)**	−1 ile 3 ☐
b)	10 ile 2 ☐	**d)**	−3 ile 4 ☐
c)	3 ile −3 ☐	**e)**	−3 ile 5 ☐

- −1 temelinin tek kuvvetleri negatiftir, çift kuvvetleri pozitiftir.
- −1'in çift kuvvetlerinin değeri 1'dir.

Örnek 2

Bir sayının negatif tam sayı kuvvetinin değeri bulunurken önce sayının pozitif kuvveti alınarak tersi alınır.

Örnek:

$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Örnek 3

Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken taban aynı kalır. Üsler toplanarak sonuç üslü şeklinde yazılır.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a \neq 0)$

Örnek 1: $3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^2$ işlemini yapınız.

Örnek 4

a sıfırdan farklı ve n, k birer tam sayı olmak üzere

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ şeklinde yazılır. $(a \neq 0)$

Örnek 2: $5^8 : 5^3$ işlemini yapınız.

Öğrenme Çıktısı

M.8.1.1.4 Tam sayıların, üslü sayıları ve bazı kuvvetlerinin özelliklerini kullanarak problem çözebilme.

Ondalık Gösterim Çözümleme

Bir ondalık gösterim, çözümleme yapılarak bilimsel gösterim ($a \cdot 10^n$) şeklinde yazılabilir. 10'un kuvvetleri kullanılarak sayılar daha sade şekilde gösterilir.

Örnek:

$$35{,}2 = 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1$$
$$= 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}$$

Bilimsel Gösterim

a bir gerçek sayı ve $1 \le |a| < 10$ olacak şekilde, $a \cdot 10^n$ biçiminde yazılan sayılara bilimsel gösterim denir.

Örnek:

$$\underbrace{325000}_{\text{5 basamak}} = 3{,}25 \cdot 10^5$$

$$743{,}10^2 = 7{,}43 \cdot 10^2$$

Örnekler

Örnek 1

35,2 sayısını ondalık çözümlenmiş biçimde yazınız.

Örnek 2

Aşağıdaki ondalık gösterimli sayıları çözümlenmiş biçimde yazınız.

a) 2,785 =

b) 13,17 =

c) 28,385 =

ç) 8282,82 =

Örnek 3

Aşağıdaki sayıları bilimsel gösterim şeklinde yazınız.

a) 0,000015 =

b) 0,000056 =

c) 12,75 =

ç) 3000000 =

d) $875{,}3 \cdot 10^2 =$

Örnek 4

Diş fırçalarının gereken sürelerde kapatılmadığına farkında varan Ali, dişlerini her kullanımda tam 3 dakika açık bırakmaktadır. Bu şekilde 8 ton su boşa akmaktadır. Buna göre 3 kişilik bir ailenin bir yılda boşa akıttıkları su miktarını litre cinsinden bilimsel gösterimle yazınız. (1 ton = 1000 kg, 1 kg ≈ 1 litre)