CNP AKADEMİ
Başarıya Açılan Kapı

8. SINIF
MATEMATİK

1. ÜNİTE
1. FASİKÜL

ÇARPANLAR, KATLAR
ÜSLÜ İFADELER

- Konu Anlatımı
- Örnek Sorular
- Kazanım Testleri
- Yeni Nesil Sorular



KONUYA HAKİM OL

BOL ÖRNEKLE PEKİŞTİR

KAZANIM TESTLERİYLE KENDİNİ DENE

ÇARPANLAR VE KATLAR

Pozitif Tam Sayıların Tam Sayı Çarpanlarını Bulma, Tam Sayıları Üslü İfade ya da Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma

1. ASAL SAYILAR

Sadece 1'e ve kendisine kalansız bölünebilen, 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.
En küçük asal sayı 2'dir. 2, çift olan tek asal sayıdır.

100'den küçük asal sayılar:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ve 97

1. Soru

5 □ sayısı iki basamaklı bir asal sayı olduğuna göre □ yerine gelebilecek rakamların toplamını bulunuz.

2. Soru

İki basamaklı asal sayılardan en küçüğü ile en büyüğünün toplamını bulunuz.

2. POZİTİF TAM SAYILARIN ASAL ÇARPANLARI

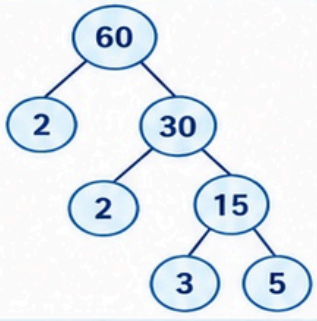
Pozitif bir tam sayının asal çarpanlarını bulmak için;

- Önce pozitif tam sayı asal çarpanlarına ayrılır.
- Daha sonra asal çarpanlardan yararlanılarak pozitif tam sayının pozitif tam sayı çarpanları bulunabilir.

3. Soru

60 sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

1. Yöntem: Çarpan Ağacı



2. Yöntem: Asal Çarpan Algoritması

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

4. Soru

200 sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

ÇARPANLAR VE KATLAR

Pozitif Tam Sayıların Tam Sayı Çarpanlarını Bulma, Tam Sayıları Üslü İfade ya da Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma

5. Soru

150 sayısının asal çarpanlarını bulunuz ve pozitif tam sayı çarpanlarını belirleyiniz. Bu sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

6. Soru

$150 = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^2$ olduğuna göre **a + b** değeri kaçtır?

7. Soru

$72 = 2^a \cdot 3^b$

$80 = 2^4 \cdot 5^c$ olduğuna göre

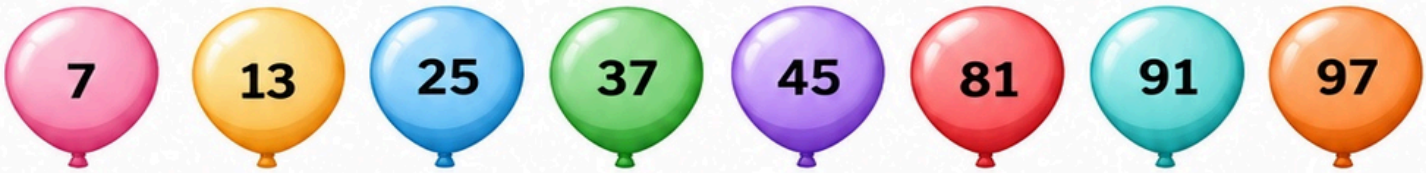
a, b ve c değerleri kaçtır?

8. Soru

K	2
L	3
M	5
N	7
1	

Yanda verilenlere göre **K** sayısını bulunuz.

9–10. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.



9. Soru

Yukarıdaki balonlar üzerinde yazılı olan sayıların asal sayı olanlarının toplamını bulunuz.

10. Soru

Yukarıdaki balonlar üzerinde yazılı olan sayılardan asal olan en büyük sayı ile asal olmayan en büyük sayının farkını bulunuz.

ÇARPANLAR VE KATLAR

İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı

1. EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN (EBOB)

a ile b sıfırdan farklı birer doğal sayı olmak üzere a ile b sayılarının en büyük ortak böleni **EBOB(a,b)** olarak gösterilir.

Örnek 1

24 ve 30 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

1. Yöntem: Bölenleri Listeleme

24'ün bölenleri : 1, 2, 3, 4, (6), 8, 12, 24
30'un bölenleri : 1, 2, 3, 5, (6), 10, 15, 30

EBOB(24,30) = 6

Örnek 2

24 ve 30 sayılarının en büyük ortak bölenini asal çarpan algoritması ile bulalım.

24	30	2
12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
1	1	

Ortak bölenlerin çarpımı alınır.

EBOB(24,30) = 2 · 3 = 6

1. Soru

Aşağıda verilen sayıların en büyük ortak bölenini bulunuz.

30 ve 40

60 ve 100

2. Soru

EBOB(40,50) + EBOB(10,30) işleminin sonucunu bulunuz.

2. EN KÜÇÜK ORTAK KAT (EKOK)

a ile b sıfırdan farklı birer doğal sayı olmak üzere a ile b sayılarının en küçük ortak katı **EKOK(a,b)** olarak gösterilir.

Örnek 1

15 ve 60 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

1. Yöntem: Katları Listeleme

15'in katları : 15, 30, 45, (60), 75, ...
60'ın katları : 60, 120, 180, ...

EKOK(15,60) = 60

Örnek 2

15 ve 60 sayılarının en küçük ortak katını asal çarpan algoritması ile bulalım.

15	60	2
15	30	2
15	15	3
5	5	5
1	1	

Sağ taraftaki tüm asal sayıların çarpımı alınır.

EKOK(15,60) = 2 · 2 · 3 · 5 = 60

3. Soru

Aşağıda verilen sayıların en küçük ortak katını bulunuz.

30 ve 40

25 ve 30

4. Soru

EKOK(7,8) + EKOK(10,20) işleminin sonucunu bulunuz.

ÇARPANLAR VE KATLAR

İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı

Problem

CNP hastanesinde çalışan Begüm hemşire 4 günde bir, onunla aynı hastanede çalışan Doktor Ali Bey ise 5 günde bir nöbet tutmaktadır.

Begüm hemşire ve Doktor Ali Bey ilk kez 5 Ekim'de birlikte nöbet tutmuştur.

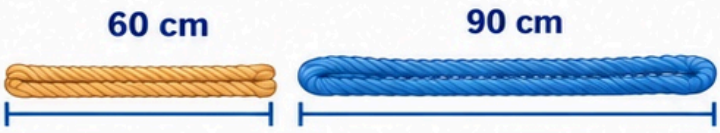
İkisinin nöbet tutma süreleri değişmediğine göre Begüm hemşire ve Doktor Ali Bey **aralık ayında kaç kez birlikte nöbet tutarlar?**



5. Soru

Aşağıda ölçüleri verilen iki halat, eşit uzunlukta ve hiç artmayacak şekilde parçalara ayrılacaktır.

Buna göre bir parçanın uzunluğu **en fazla** kaç santimetredir?



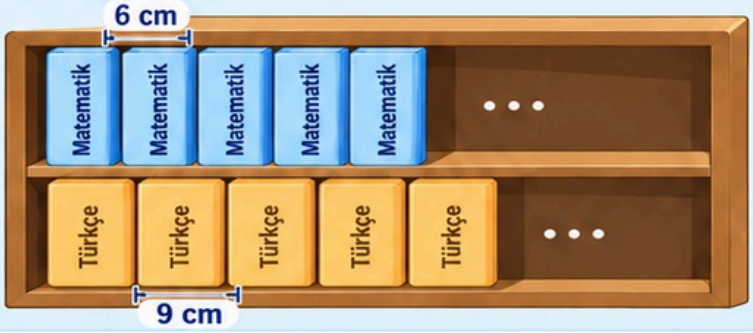
6. Soru

Aşağıda kütleleri verilen pirinç ve şeker çuvalları, birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit büyüklükteki poşetlere doldurulacaktır.

Buna göre bu iş için **en az** kaç adet poşet kullanılır?



Problem



Yandaki rafta Matematik ve Türkçe ders kitapları aralarında boşluk kalmadan yan yana dizilecektir.

Rafın uzunluğunun 1 metreden fazla olduğu bilindiğine göre **en az** kaç santimetredir?

7. Soru

İki doğal sayının EBOB değeri 10, EKOK değeri 120'dir. Doğal sayılardan biri 40 ise diğeri kaçtır?

Bilgi

$$a \cdot b = EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b)$$

8. Soru

İki alarmdan biri 60 dakikada bir, diğeri 45 dakikada bir çalmaktadır.

İkisi ilk kez birlikte 12.00'de çaldığına göre ikinci kez saat kaçta birlikte çalar?



ÇARPANLAR VE KATLAR

Aralarında Asal Sayılar

1. ARALARINDA ASAL SAYILAR

1'den başka ortak çarpanı (böleni) olmayan iki doğal sayıya **aralarında asal sayılar** adı verilir.
Her doğal sayı 1 ile aralarında asaldır.

Örnek

8 ve 15 sayıları aralarında asal mıdır?

8'in bölenleri : 1, 2, 4, 8
15'in bölenleri : 1, 3, 5, 15
Ortak bölenleri sadece 1'dir. O hâlde **8 ve 15 aralarında asaldır.**

! ÖNEMLİ BİLGİLER

- 1 ile bütün tam sayılar aralarında asaldır.
- Tüm ardışık doğal sayılar aralarında asaldır.
- 1'den büyük çift sayılar aralarında asal değildir. (Çift sayılar 2 ortak bölenine sahiptir.)

1. Soru

Aşağıdaki sayı çiftlerinden aralarında asal olanları işaretleyiniz.

5 ile 6	30 ile 40	40 ile 49
☐	☐	☐

2. Soru

a ve b aralarında asal sayılardır.

$\frac{a}{b} = \frac{35}{40}$

olduğuna göre a · b kaçtır?

Bilgi

a ve b aralarında asal ise verilen oranın en sade hâli bulunur. a paya, b paydaya eşit olur.

3. Soru

Aralarında asal iki doğal sayının çarpımı 45 olduğuna göre bu sayıların EBOB ve EKOK değerlerinin toplamı kaçtır?

Bilgi

a ve b aralarında asal sayılar ise
EBOB(a,b) = 1
EKOK(a,b) = a · b'dir.

4. Soru

20 sayısından küçük olan doğal sayılardan kaç tanesi 20 ile aralarında asaldır?

5. Soru

a ve $2b - 3$ aralarında asal sayılardır.

$\frac{a}{2b-3} = \frac{6}{15}$

olduğuna göre $a^2 + b^2$ kaçtır?

6. Soru

$a + 3$ ile $b - 7$ aralarında asal sayılardır.

$\frac{a+3}{b-7} = \frac{8}{10}$

olduğuna göre $a + b$ kaçtır?

ÜSLÜ İFADELER

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

1. TAM SAYILARIN TAM SAYI KUVVETLERİ

- Pozitif tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değeri pozitiftir.
- Negatif tam sayıların tek tam sayı olan kuvvetlerinin değeri negatif, çift tam sayı olan kuvvetlerinin değeri pozitiftir.

Örnekler

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

1. Soru

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

Üslü İfade	Değeri
3^4	
$(-2)^5$	
10^3	
$(-5)^4$	

2. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$(-1)^{1997} + (-1)^{2000} = ?$$

Bilgi

-1 tam sayısının tek tam sayı olan kuvvetlerinin değeri -1, çift tam sayı olan kuvvetlerinin değeri $+1$'dir.

2. NEGATİF TAM SAYI KUVVETLERİ

Bilgi

Sıfırdan farklı bir tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değeri bulunurken önce sayının çarpma işlemine göre tersi alınır. Daha sonra üs pozitif tam sayı hâline getirilerek üslü ifadenin değeri hesaplanır.

Örnek

$$2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

3. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$2^{-3} + 2^{-4}$$

4. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$(-1)^5 - (-3)^{-2}$$

ÜSLÜ İFADELER

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

5. Soru

$(-4)^a = -64$ $\qquad 7^b = \frac{1}{49}$

olduğuna göre $a + b$ değerini bulunuz.

6. Soru

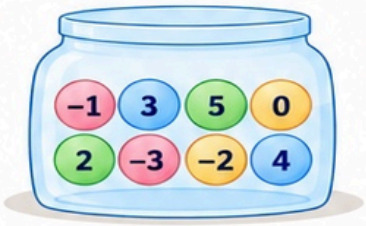
$\frac{1}{256} = 2^a$ $\qquad 5^b = \frac{1}{25}$

olduğuna göre a^b değerini bulunuz.

7. Soru

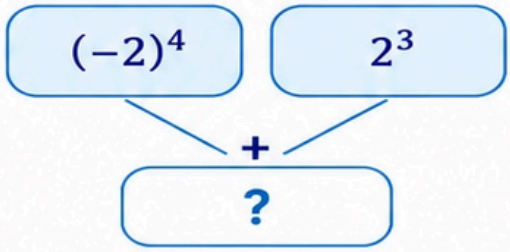
Aşağıdaki kavanozda içinde farklı birer tam sayı yazan toplar bulunmaktadır.

Kavanozdaki farklı iki topun üzerinde yazan tam sayılar kullanılarak oluşturulan **en büyük** üslü ifade ile **en küçük** üslü ifadenin değerini bulunuz.



8. Soru

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerleri toplanacaktır.



İşlemin sonucunu bulunuz.

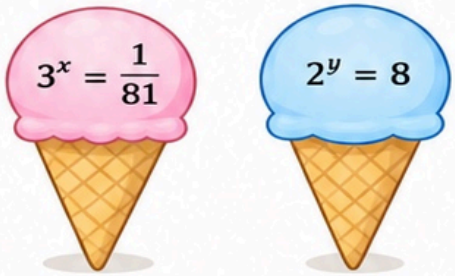
9. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$\frac{2^2 + 2^3}{2^{-2}}$$

10. Soru

Aşağıdaki dondurma külahlarının üzerinde verilen üslü eşitliklere göre $(x + y)^2$ işleminin sonucunu bulunuz.



ÜSLÜ İFADELER

Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar

1. ÜSLÜ İFADELERDE SIFIR VE NEGATİF ÜS

Bilgi a sıfırdan farklı bir sayı ve n bir tam sayı olmak üzere;

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad , \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}} \quad \text{ve} \quad a^0 = 1 \quad \text{olarak yazılır.}$$

Örnekler

$$\frac{1}{2^5} = 2^{-5} \quad , \quad 3^4 = \frac{1}{3^{-4}} \quad , \quad 7^0 = 1$$

1. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$2^4 + 2^{-2} + 5^0$$

2. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$3^{-2} + 3^2 + 10^0$$

2. TABANLARI AYNI OLAN ÜSLÜ İFADELERİN ÇARPIMI

Bilgi Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken taban aynen alınır, üslerin toplamı tabana üs olarak yazılır. a sıfırdan farklı, n ve m tam sayılar olmak üzere; $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ olarak yazılır.

Örnekler $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 \quad , \quad 5^{-2} \cdot 5^5 = 5^{-2+5} = 5^3$

3. Soru

Aşağıdaki bilgisayar ekranlarında verilen üslü ifadelerin çarpımını bulunuz.



4. Soru

Aşağıdaki formaların üzerinde yazan üslü ifadelerin çarpımını bulunuz.



ÜSLÜ İFADELER

Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar

1. TABANLARI AYNI OLAN ÜSLÜ İFADELERİN BÖLÜMÜ

Bilgi Tabanları aynı olan üslü ifadelerle bölme işlemi yapılırken taban aynen kalır. Pay kısmındaki üslü ifadenin üssünden (kuvvetinden) payda kısmındaki üslü ifadenin üssü (kuvveti) çıkarılır, tabana üs olarak yazılır.

a sıfırdan farklı, k ve n tam sayılar olmak üzere; $\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$ olarak yazılır.

Örnekler

$$\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2 \quad , \quad \frac{5^4}{5^{-1}} = 5^{4-(-1)} = 5^5$$

5. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$\frac{2^8 \cdot 2^{-4}}{2^3}$$

6. Soru

Aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$\frac{10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^2}{10^{-1}}$$

2. ÜSLERİ AYNI OLAN ÜSLÜ İFADELERİN ÇARPIMI

Bilgi Üsleri aynı olan üslü ifadeler çarpılırken tabanlar çarpılıp ortak üs, çarpımın üssü olarak yazılır.

a ve b sıfırdan farklı sayılar, k bir tam sayı olmak üzere; $a^k \cdot b^k = (a \cdot b)^k$ olarak yazılır.

Örnek

$$5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4$$

7. Soru

$$\square^{12} = 5^{12} \cdot 3^{12}$$

olduğuna göre kutu yerine gelmesi gereken tam sayıyı bulunuz.

8. Soru

Aşağıdaki cep telefonlarında verilen bilgilere göre a tam sayısının değerini bulunuz.



$$5^4 \cdot a^4 = 15^4$$

ÜSLÜ İFADELER

Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar

1. ÜSLERİ AYNI OLAN ÜSLÜ İFADELERİN BÖLÜMÜ

Bilgi Üsleri aynı olan üslü ifadeler bölünürken tabanlar bölünür, ortak üs bölümün üssü olarak yazılır.

k bir tam sayı, a ve b sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere; $\frac{a^k}{b^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k$ olarak yazılır.

Örnek $\frac{10^8}{2^8} = \left(\frac{10}{2}\right)^8 = 5^8$

9. Soru

$$15^4 = \frac{60^4}{\triangle^4}$$

olduğuna göre $\triangle$ yerine gelmesi gereken tam sayıyı bulunuz.

10. Soru

$$5^4 = \frac{10^a}{2^a} \quad , \quad 8^3 = \frac{32^3}{b^3}$$

olduğuna göre $(a+b)^2$ işleminin sonucunu bulunuz.

2. ÜSLÜ İFADENİN KUVVETİ

Bilgi a sıfırdan farklı bir gerçek sayı, n ve m tam sayılar olmak üzere;

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ olarak yazılır.

Örnek $(2^7)^5 = 2^{7 \cdot 5} = 2^{35}$

11. Soru

2^{-4} üslü ifadesinin 5. kuvvetinin sonucunu bulunuz.

12. Soru

5^3 ifadesinin (-4). kuvvetinin 125 sayısına oranını bulunuz.